

Δεύτερο διαγώνισμα στις Διαφορικές Εξισώσεις

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 90 ΛΕΠΤΑ

Στοιχειοθεσία Θεμάτων: Δήμογλου Κωνσταντίνος, Μαθηματικός (Msc).

Θέμα 1

Θεωρούμε τη διαφορική εξίσωση

$$(E) \quad y' - xy^2 - \frac{1}{x}y + x^3 = 0.$$

Αν $y(x) = \alpha x + \beta$ είναι μερική λύση της εξίσωσης (E), να βρείτε (αν υπάρχουν) λύσεις y_1 και y_2 της εξίσωσης (E) τέτοιες, ώστε $y_1(1) = 1$ και $y_2(1) = 2$.

Θέμα 2

Θεωρούμε τη διαφορική εξίσωση

$$(E) \quad y'(t) = y(t)[\alpha - \beta y(t)], \quad t \geq 0,$$

όπου α, β θετικοί αριθμοί. Να βρεθεί η λύση της παραπάνω εξίσωσης η οποία είναι τέτοια, ώστε $y(0) = \gamma \geq 0$. Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \frac{\alpha}{\beta}$, αν $\gamma > 0$ και $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0$, αν $\gamma = 0$. Επιπλέον, αν $0 < \gamma < \frac{\alpha}{\beta}$ να εξετάσετε αν κάθε λύση του παραπάνω π.α.τ είναι θετική ή μονότονη στο διάστημα $(0, +\infty)$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

-Official-